Шишигин Д.С., Шишигин С.Л.
Вологодский государственный университет, г.Вологда, Россия
Тел.: 8-921-064-63-34, E-mail: shishigind@yandex.ru

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ В ЛИНИЯХ ПРИ УДАРЕ МОЛНИИ

Удары молнии в грозозащитный трос или опору воздушной линии (ВЛ) могут вызвать обратное перекрытие изоляции ВЛ 110 кВ (с опоры на фазный провод). Для ВЛ более высокого напряжения опасны прорывы молнии через тросовую защиту на провода. В обоих случаях возникает волна грозового перенапряжения, которая распространяется по фазному проводу и может вызвать повреждения электрооборудования на электрической подстанции (ПС) Задача проектировщика – средствами компьютерного имитационного моделирования исследовать все опасные ситуации и выбрать средства защиты.

Наиболее часто задачи грозозащиты ВЛ решаются с помощью американо-канадской программы ATP-EMTP. Это мощная схемотехническая программа, где пользователь набирает схему электрической цепи из встроенных компонентов, включая модель длинной линии, и в результате расчета получает осциллограммы напряжения и тока. Но для работы с программой от пользователя требуется высокая квалификация, иначе из-за неадекватности схем или их параметров результаты расчетов не всегда поддаются объяснению [1].

Этой проблемы не возникает при использовании цепно-полевых моделей проводящих систем, где расчеты переходных электромагнитных процессов и полей производятся совместно. Для решения данной задачи в программе ЗУМ [2] проектировщику достаточно нарисовать (в AutoCAD) 3D-модель ВЛ и ПС. Программа автоматически разделит 3D-модель на стержневые элементы, найдет электромагнитные параметры (с учетом взаимных связей). Каждому элементу ставится в соответствие П–четырехполюсник, что дает цепную схему, в которую могут быть включены нелинейные и частотно-зависимые сопротивления. Результатом расчета являются как цепные параметры (токи и напряжения), так и полевые параметры (распределение потенциала и напряженности), что позволяет одновременно решать задачи ЭМС. Основные трудности на этом пути связаны с моделированием распространения волн с короткими фронтами (менее 1 мкс), что требует большого числа шагов интегрирования дифференциальных уравнений. Стандартные методы здесь неэффективны.

Целью настоящей работы является: 1) показать, что многозвенная цепная схема (с сосредоточенными параметрами), автоматически получаемая из полевой модели ВЛ, является полноценным аналогом длинной линии, включая эффекты запаздывания, отражения и преломления волн; 2) показать возможности абсолютно устойчивых шаговых алгоритмов высокого порядка на основе операторного метода, позволяющих существенно повысить точность стандартных методов интегрирования дифференциальных уравнений (ДУ).

Стандартные методы интегрирования ДУ. Описание энергетического состояния цепи в виде систем обыкновенных ДУ сводит задачу расчета переходных процессов к задаче Коши, численные методы решения которой хорошо известны [3]. Альтернативный подход, не требующий записи дифференциальных уравнений, дает метод дискретных схем. Здесь каждой индуктивности и емкости ставится в соответствие дискретная резистивная схема на каждом временном шаге на основе неявной формулы Эйлера или трапеций. Проблема в том, эти формулы недостаточно точны, а формулы интегрирования высокого порядка не обладают абсолютной устойчивостью [3].

Операторный метод. Шаговые алгоритмы Влаха и Синхгала. Операторная схема замещения индуктивности – последовательное соединение операторного сопротивления sL и ЭДС $E = i(0)$, учитывающей начальные условия. Операторная схема замещения емкости – параллельное соединение проводимости $G = sC$ и источника тока $J = Cu(0)$. Заменив все индуктивности и емкости их операторными моделями, получаем операторную схему замещения. При аналитических расчетах выражаем операторный ток $I(s)$, а для перехода к оригиналу $i(t)$ используется теорема разложения. При численных расчетах необходимо задать значение оператора s (его часто называют комплексной частотой), а для перехода к оригиналу применить теорему о вычетах. Обычно она записывается в виде

$$f(t) = \sum_i \operatorname*{Res}_s F(s_i) \cdot e^{s_i t} ,$$

где находим вычеты операторной функции F в полюсах s_i. Нахождение полюсов – трудоемкая операция, которую приходится выполнять заново для каждой операторной функции, поэтому этот путь не эффективен.

Канадские ученые И. Влах и К. Сингхал [4] предложили в теореме о вычетах вместо полюсов операторной функции использовать полюса экспоненты

$$f(t) = \sum_i \operatorname*{Res}_{z_i} F(z_i / t) \cdot e^{z_i} , \;\; z = st .$$

Достоинство этой записи в том, что полюса экспоненты вычисляются аналитически один раз, а затем применимы для любой операторной функции.

Аппроксимируем экспоненту дробно-рациональной функцией, коэффициенты которой найдем из сопоставления с разложением экспоненты в ряд Тейлора, и вначале ограничимся аппроксимацией 1–3 порядка

$$e^z \approx \frac{a_0 + a_1 \cdot z + .. + a_n \cdot z^n}{1 + b_1 \cdot z + .. + b_m \cdot z^m} = \begin{cases} 1/(1-z), \;\; n = 0, m = 1, \\ 1/(1 - z + z^2/2), \;\; n = 0, m = 2, \\ (1 + z/3)/(1 - 2z/3 + z^2/6), \;\; n = 1, m = 2. \end{cases} \qquad (1)$$

Определив полюса экспоненты, теорема вычетов принимает вид

$$f_1(t) = F(s)/t, \;\; s = 1/t , \qquad (2а)$$

$$f_2(t) = \mathrm{Re}(2j \cdot F(s))/t, \;\; s = (1+j)/t , \qquad (2б)$$

$$f(t) = \mathrm{Re}(\,(5\sqrt{2}j - 2) \cdot F(s)\,)/t, \;\; s = (2 + \sqrt{2}j)/t, \;\; t > 0 . \qquad (2в)$$

Формулы (2) приводят к дискретным схемам рис. 1. Формула (2а) аналогична неявной формуле Эйлера, формула (2б) – формуле трапеций, формула (2в) – Рунге-Кутты 3 порядка. Увеличивая число членов ряда (1), получаем формулы высших порядков (вплоть до 23 при тестировании метода на устойчивость). Доказано [5], что формулы (2) и более высокого порядка устойчивы при интегрировании тестового дифференциального уравнения $x' = \lambda x$ при $\lambda < 0$ (абсолютная устойчивость), а также в значительной части правой полуплоскости (для $\lambda > 0$), что является одним из основных достоинств метода.

Расчеты переходных процессов проводятся шаговым алгоритмом. Временной интервал разбивается на n– равных шагов длиной h. На каждом шаге рассчитывается дискретная схема, где индуктивности и емкости моделируются комплексными схемами. При фиксированном шаге матрица узловых проводимостей схемы вычисляется один раз, что обеспечивает высокую производительность. Переменными являются источники ЭДС и тока, учитывающие начальные условия шага. Для шагового алгоритма можно ограничиться формулой третьего порядка (2в), однако существуют задачи, где необходимо уменьшить число шагов за счет повышения порядка формулы интегрирования.

Моделирование волновых процессов. В качестве примера рассчитаем переходные волновые процессы в линии без потерь длиной 300 м, при воздействии импульса тока амплитудой 1 А, с линейным фронтом 0.1 мкс (рис. 1а).

Будем рассматривать ток в конце линии в режиме КЗ. Точное решение дает теория длинных линий. В течение 1 мкс, что равно времени пробега (запаздывания) электромагнитной волны от начала до конца линии, ток равен нулю (рис. 1б). Затем возникает отраженная волна, равная падающей волне, и ток удваивается, что продолжается 2 мкс. За это время отраженная волна распространяется к началу линии и возвращается обратно с изменением знака (режим холостого хода для идеального источника тока). Теперь отраженная волна противоположна падающей волне, и результирующий ток равен нулю. Процесс повторяется с периодом 4 мкс.

Программа ЗУМ позволяет анимировать результаты расчетов, что (в ходе доклада) обеспечивает наглядность.

Выполним численные расчеты шаговыми алгоритмами с разными формулами интегрирования. Использование формулы Эйлера (рис. 1б) приводит к заметной погрешности так, что скорость волны превышает скорость света. Формула трапеций правильно моделирует запаздывание волны, но приводит к локальным затухающим колебаниям и большой погрешности. Формула (2в) третьего порядка моделирует процессы с достаточной точностью (2%). Аналогичная формула 7 порядка снижает погрешность до 1,5%, поэтому она кажется избыточной. Однако она сохраняет высокую точность расчета и при значительном увеличении шага интегрирования, когда погрешность остальных формул заметно возрастает.

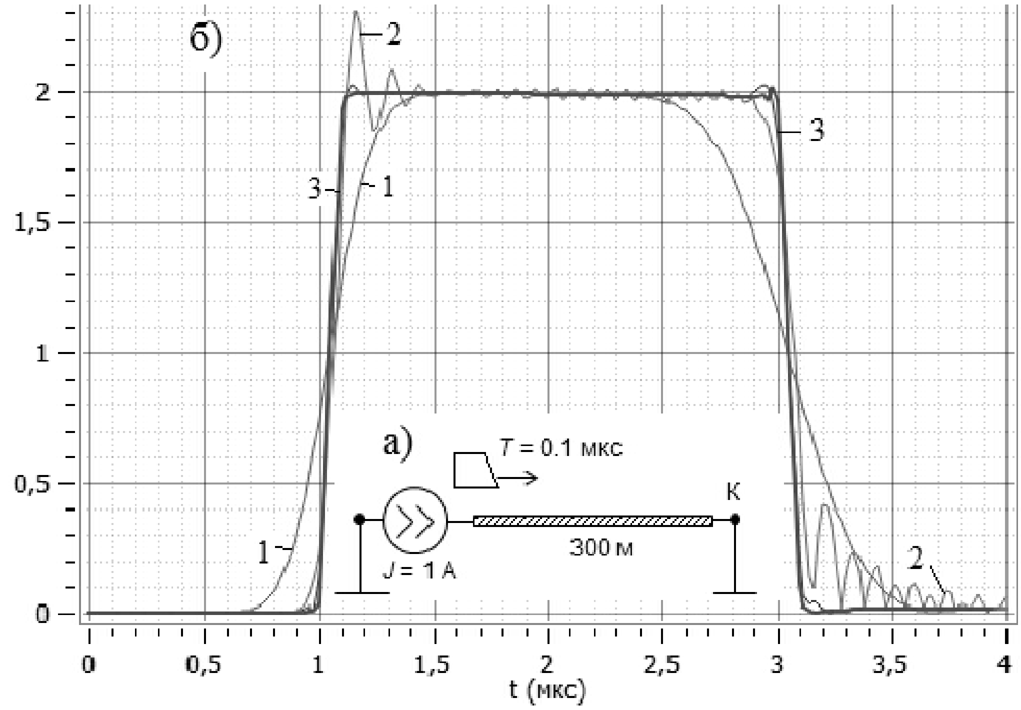

Рис. 1. Линия в режиме КЗ: схема замещения (а), ток в конце линии (б), рассчитанный по формулам 1–Эйлера, 2– трапеций, 3– (2в) операторного метода 3 порядка

С целью исследования устойчивости шаговых алгоритмов проводились расчеты с использованием формул высокого порядка (до 23 включительно), полученных с использованием (1). Расчеты подтверждают теоретические положения [4] об абсолютной устойчивости формул интегрирования, полученных на базе операторного метода.

Практические расчеты грозовых перенапряжений в ВЛ, результаты которых представлены в докладе, производятся с учетом импульсной короны, потерь в земле, моделирования обратного перекрытия изоляции, наличия нелинейных ограничителей перенапряжений.

Литература

1. Гумерова Н.И., Ефимов Б.В., Селиванов В.Н. Оптимизация схем замещения линий и подстанций для задач анализа показателей надежности грозозащиты подстанций. IV Межд. конф. по молниезащите. – СПб. 2014. – С. 171–182.
2. Шишигин Д.С. AUTOCAD приложение для расчета молниезащиты и заземления объектов электроэнергетики. – Автоматизация в промышленности. – 2014. – № 9. – С. 28–32
3. Вербжицкий, В.М. Основы численных методов / В.М. Вербжицкий. – М.: Высш.шк., 2002. – 840 с.
4. Влах И., Сингхал К. Машинные методы анализа и проектирования электронных схем. – М.: Радио и связь, 1988. – 560 с.