

## РАСЧЕТ ПЛОЩАДИ СТЯГИВАНИЯ МОЛНИИ ПО НАВЕДЕННОМУ ЗАРЯДУ НАЗЕМНОГО ОБЪЕКТА

Грозопоражаемость наземных объектов при заданной грозовой активности определяется надежностью молниезащиты и площадью стягивания молнии. Последний параметр в действующих стандартах молниезащиты определен наименее точно.

Площадь стягивания стержневого молниеотвода или башни высотой  $h$  равна  $\pi R_a^2$ , где  $R_a$  – радиус стягивания. Площадь стягивания здания с размерами основания  $a$ ,  $b$  равна  $(a+2R_a)(b+2R_a)$ . Площадь стягивания воздушной линии длиной  $L$  равна  $2R_aL$ . Площадь стягивания сложного объекта получается объединением площадей стягивания его составляющих. В стандарте МЭК 62305 (далее МЭК) радиус стягивания принят  $R_a=3h$  на основе наблюдений за сосредоточенными объектами разной высоты  $h$ . Рассмотренная методика определения площади стягивания включена и российские нормы молниезащиты.

Проблема в том, что данные МЭК ( $R_a=3h$ ) существенно различаются с другими данными, полученными на основе наблюдений.

Согласно РД 153–34.3–35.125–99 (далее РД-99)

$$R_a = \begin{cases} 5h - 2h^2 / 30, & h \leq 30 \\ 0.75(h + 90), & h > 30 \end{cases} \quad (1)$$

что аппроксимируется зависимостью  $R_a=20 \cdot h^{0.426}$  при  $25 < h < 125$  м – высота молниеотвода. По данным Эриксона [1] при среднем токе молнии 35 кА (в ЮАР)

$$R_a = 16.6 \cdot h^{0.55} \text{ при } h < 100 \text{ м.}$$

Таким образом, по данным наблюдений радиус стягивания в среднем увеличивается как  $h^{0.5}$ , а не  $h$  как в стандарте МЭК.

Данные МЭК существенно различаются и с расчетными данными:

$$\text{по Эриксону [1]: } R_a = 0.84 \cdot I^{0.74} h^{0.6}, \quad h \leq 100 \quad (2)$$

$$\text{по Ризку [2]: } R_a = 2.57 \cdot I^{0.615} h^{0.422}, \quad 1 \leq I \leq 31, 10 \leq h \leq 50; \quad (3)$$

$$\text{по Куррю [3]: } R_a = 2.27 \cdot I^a h^{0.46}, \quad a = 0.5 h^{0.05}, \quad 3 \leq I \leq 90, 5 \leq h \leq 50. \quad (4)$$

$$\text{по МКС: } R_a = h \sqrt{2D(I)/h - 1}, \quad D(I) = 10I^{0.65}, \quad D(I) \geq h, \quad (5)$$

где  $I$  – амплитуда тока главного разряда молнии (далее ток молнии, кА),  $h$  – высота молниеотвода,  $D(I)$  – дистанция поражения. Радиус стягивания в (3)-(5) увеличивается не быстрее, чем  $h^{0.5}$  и  $h^{0.6}$  в (2).

Таким образом, значение  $R_a=3h$ , принятое в стандарте МЭК, не кажется очевидным.

Площадь стягивания в стандарте МЭК соответствует среднему току молнии, поскольку получена на основе наблюдений. Тогда, согласно (2)-(5) она будет заниженной в задачах электромагнитной совместимости (ЭМС), где расчетный ток молнии принимается в диапазоне от 100 до 200 кА.

Площадь стягивания зависит от окружения объекта и рельефа местности. В стандарте МЭК эти факторы учитываются эмпирическим коэффициентом  $C_d=0.25-2$ , который выбирается проектировщиком на основании рекомендаций качественного характера. Если объект окружен объектами равной или меньшей высоты (без указания размера), то  $C_d=0.5$ , т. е. окружение всегда перехватывает у объекта половину молний. Неясно как выбрать  $C_d$  в наиболее распространенном случае, когда объект окружен лишь частично. Для объекта

на вершине холма  $C_d=2$ , т. е. площадь стягивания независимо от уклона холма всегда увеличивается в два раза.

Решение перечисленных задач возможно на основе компьютерного моделирования ориентировки лидера молнии.

## 1. Ориентировка молнии

Лидер молнии развивается по случайной траектории, большую часть его пути наземные объекты не оказывают влияния на его траекторию. По мере приближения к земле начинается процесс ориентировки лидера молнии на наземные объекты.

Заряд лидера молнии индуцирует на наземных объектах наведенный заряд, который притягивает (стягивает) к себе лидер. Исследование этого процесса — цель настоящей работы.

При дальнейшем приближении лидера электрическое поле вблизи объекта возрастает настолько, что создаются условия для возникновения и развития встречного лидера, который движется от объекта к лидеру молнии и перехватывает его.

Компьютерное моделирование позволяет воспроизвести процесс развития нисходящего и встречного лидера [4], однако это очень трудоемкий процесс, обычно применяемым для 2D систем типа ВЛ и одиночных молниеотводов.

Наиболее часто ограничиваются моделью прямолинейного лидера, который движется вертикально вниз [5]. Для каждой точки его пути проверяются условия возникновения встречного лидера и если они выполняются, молния ударяет в объект. Эти модели уже применимы для сложных объектов, но теряя случайность траектории молнии, имеем заниженную вероятность прорыва молнии и площадь стягивания. Новые идеи находим в работах Г. Н. Александрова.

## 2. Метод Г. Н. Александрова (метод наведенного заряда)

При испытаниях молниеотводов со сферической вершиной переменного радиуса установлено, что вероятность поражения молнией объекта определяется относительной величиной заряда, наведенного на нем развивающимся лидером молнии [6]

$$p_a = -Q/q,$$

где  $q$  — заряд лидера,  $Q$  — наведенный заряд объекта с молниеотводами.

На этом основании в работе [7] разработан метод расчета вероятности поражения объекта, где наведенный заряд объекта является единственным параметром.

Метод наведенного заряда (МНЗ) развивает идеи Г. Н. Александрова, согласно которым наведенный заряд наземного объекта может быть использован как для расчета зон защиты молниеотводов и надежности молниезащиты, так и площади стягивания молнии объектов произвольной формы, с учетом его окружения и рельефа местности.

Расчет по МНЗ включает три этапа. На первом этапе определяется зона захвата молнии наземными объектами. На втором этапе строится зона защиты молниеотводов и определяется вероятность прорыва молниезащиты. На третьем этапе находим площадь стягивания молнии.

### 2.1. Зона захвата молнии

Зона захвата — это поверхность, достигнув которую молния вызывает появление встречного лидера, что отождествляется с перехватом лидера и ударом молнии в объект с молниеотводами. Молния, проходящая вне зоны захвата, бьет в землю.

Покажем, что не только потенциал и напряженность электрического поля вблизи объекта, но и наведенный заряд объекта может быть критерием возникновения встречного лидера. Действительно, все эти величины пропорциональны заряду лидера  $q$

$$U = \alpha q, E = \beta q,$$

где  $\alpha$  — потенциальные коэффициенты между расчетной точкой и лидером,  $\beta$  — производные потенциальных коэффициентов.

Наведенный заряд  $Q$  объекта связан с зарядом лидера  $q$  уравнением

$$\alpha_{21}q + \alpha_{22}Q = 0,$$

где  $\alpha_{21} = \alpha_{12}$  — взаимный потенциальный коэффициент между лидером и объектом,  $\alpha_{22}$  — собственный потенциальный коэффициент объекта; объект заземлен или его потенциал пренебрежимо мал по сравнению с потенциалом лидера. Откуда

$$Q = -\alpha_{21} / \alpha_{22}q,$$

т. е. наведенный заряд также пропорционален заряду лидера.

Тогда, критерий возникновения встречного лидера можно записать в терминах наведенного заряда  $Q > Q_{\text{крит}}$ , однако значение критического наведенного заряда  $Q_{\text{крит}}$  неизвестно и меняется для разных объектов. Отсюда специфика в реализации этого критерия, связанная с построением зоны захвата при заданном положении одной из точек зоны захвата. Координаты этой точки находим с использованием традиционных критериев возникновения встречного лидера.

Вопросы, связанные с построением зоны захвата, рассмотрены в [8].

## 2.2. Притяжение (стягивание) лидера молнии наведенным зарядом наземного объекта

Электростатическое взаимодействие заряда лидера с наведенным зарядом объекта существует до возникновения встречного лидера. Вопрос насколько оно существенно.

При количественном анализе [9, стр.224] выясняется, что наведенный заряд объекта на высоте ориентировки создает напряженность на 2–3 порядка меньше, чем напряженность заряженного облака. На этом основании электростатическое взаимодействие не рассматривается даже для высотных объектов, радиус стягивания которых по действующим нормам молниезащиты составляет многие сотни метров, когда еще нет условий для возникновения встречного лидера.

Полагаем, что исследование процессов стягивания следует проводить при несколько иной, чем в [9] постановке, а именно исследовать искажение электростатического поля заряженного облака наведенным зарядом объекта до достижения лидером зоны захвата. Весьма малая горизонтальная составляющая вектора напряженности, действующая в каждой точке пространства, способна в итоге существенно исказить силовую линию внешнего поля.

Лидер движется в среднем по направлению силовой линии внешнего поля [9,10, РД-99 (Глава 6)]. На этом основании будем рассматривать усредненный лидер молнии, который развивается по направлению силовых линий. Пусть в отсутствии наземных объектов этот лидер двигается вертикально вниз, тогда площадь стягивания равна площади проекции зоны захвата на горизонтальную плоскость. Наведенный заряд искажает траекторию лидера, увеличивая площадь стягивания, для нахождения которой строим силовые линии из крайних точек зоны захвата. Построение продолжается пока максимальная кривизна силовых линий не становится малой величиной. Это происходит на высоте ориентировки, которая определяется автоматически. Через концы силовых линий проводим замкнутый контур, который дает площадь стягивания.

Для примера рассмотрим модельную задачу, имеющую аналитическое решение.

### 2.2.1. Проводящий шар в однородном электростатическом поле

Пусть заземленный объект полусферической формы радиусом  $R$  находится в однородном электростатическом поле (рис. 1). С учетом зеркального отображения имеем задачу о проводящем шаре с нулевым зарядом в однородном поле с напряженностью  $E_0$ . Ее аналитическое

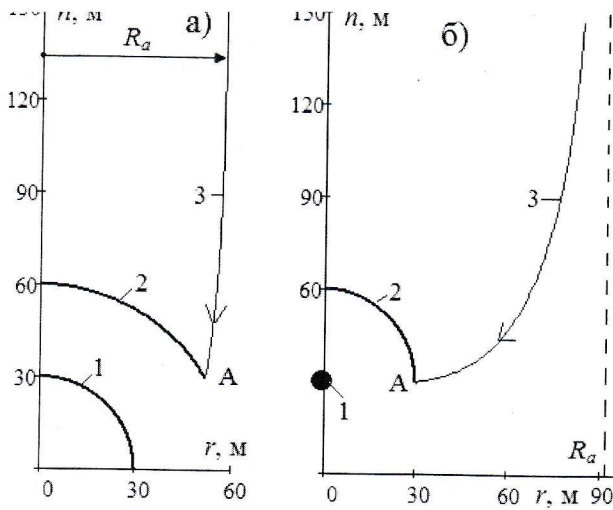


Рис. 1. Стягивание силовой линии электрического поля (3) к проводящему шару (1), проведенной через крайнюю точку А зоны захвата (2):

а) шар не заряжен б) шар заряжен,  $Q/E_0=5 \cdot 10^{-7}$

более площади проекции зоны захвата на поверхность земли, т. е. близка к минимальной для данной дистанции поражения (тока молнии). В первом приближении, этой модели соответствует большинство объектов при  $h/D < 1$ .

Во втором варианте шар малого радиуса с зарядом  $Q$  (точечный заряд) расположен на высоте  $h$  в однородном поле. В первом приближении подобная модель применима для молниеотвода (его вершины), а двумерный вариант задачи соответствует тросу (проводу) воздушной линии. С увеличением  $h$  компенсирующее действие зеркального заряда ослабевает, поэтому заряд  $Q$  способен существенно исказить силовую линию, а степень искажения зависит от соотношения  $Q/E_0$  (рис. 1б). Площадь стягивания, определяемая по максимальному горизонтальному отклонению силовой линии, проходящей через крайнюю точку зоны захвата (точка А, рис. 1), пропорциональна заряду  $Q$ . С увеличением  $h$  точка А смещается вниз относительно заряда, что приводит к дополнительному искажению силовой линии, поскольку увеличивается горизонтальная составляющая вектора напряженности. Таким образом, с увеличением высоты объекта возрастает нескомпенсированный (зеркальным изображением) наведенный заряд, который искажает внешнее поле, стягивая силовые линии с большой площади. На рис. 1б этот процесс носит качественный характер, для количественного исследования необходимо задать модель лидера молнии.

### 2.3. Модель лидера молнии

Модель состоит из прямолинейного стержня со средней линейной плотностью заряда  $\tau$  и точечным зарядом головки  $q$  с величинами [7, стр.14,15,17,31]

$$\tau = \left( 0.27 + 1.23 \frac{H}{3000} \right) \cdot 10^{-3}, \quad q = 2\tau l, \quad l = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0 E_{str}}, \quad H = I \cdot 10^3 / 8.7, \quad (6)$$

где  $I$  — ток молнии [кА],  $l$  — средняя длина стримеров [м],  $H$  — длина лидера (она же высота заряженного центра облака) [м],  $E_{str} = 800 \cdot 10^3$  кВ/м — средняя напряженность отрицательного стримера,  $\tau$  [Кл/м],  $q$  [Кл].

Заряженное облако, которое моделируется сферой с зарядом  $q_0 = H$ , создает вблизи земли однородное электрическое поле

$$E_0 = \frac{2q_0}{4\pi\epsilon_0 H^2} = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0 H}.$$

решение известно из курса ТОЭ [11, стр.47] — шар искажает картину поля, стягивая силовые линии, а максимум напряженности на вершине шара равен  $3E_0$ .

Пусть зона захвата построена по МКС, т. е. имеет сферическую форму радиусом  $R+D$ , где  $D$  — дистанция поражения (5). Построив силовую линию из крайней точки зоны захвата, видим (рис. 1а), что незаряженная сфера очень незначительно искажает внешнее поле, а на высоте порядка  $3R$  искажение практически отсутствует. Таким образом, какой бы большой заряд не наводил лидер на полусфере, независимо от радиуса сферы (высоты объекта  $h$ ) он компенсируется зеркальным зарядом, суммарный заряд равен нулю, поэтому полусфера мало искажает внешнее поле, почти не стягивая молнию до зоны захвата.

Площадь стягивания получается немногим

Варьируя ток молнии в диапазоне 10–100 кА, с учетом (6), получаем напряженность электрического поля заряженного облака вблизи земли в диапазоне 12–8 кВ/м, что согласуется с существующими данными.

Заряд лидера (6), а также данные других исследователей [5,12] существенно различаются между собой. Но поскольку процессы стягивания определяются не абсолютным, а относительным зарядом лидера  $Q/E_0$ , есть основание полагать, что площадь стягивания, рассчитанная с разными моделями лидера, не будет особо различаться. Действительно, увеличение заряда лидера  $Q$  означает увеличение заряда облака и пропорциональное увеличение напряженности  $E_0$  вблизи земли и наоборот.

#### 2.4. Расчет наведенного заряда

Разобъем объект (включая молниеотводы) на стержневые элементы малой длины. Вектор наведенного заряда элементов объекта  $Q$  связан с зарядом лидера (зарядом головки  $q$  и линейным зарядом  $\tau$ ) матричным уравнением

$$AQ + Bq + C\tau = 0,$$

где  $A$  — квадратная матрица потенциальных коэффициентов между элементами объекта;  $B$  — вектор-столбец потенциальных коэффициентов между зарядом головки и объектом;  $C$  — вектор-столбец потенциальных коэффициентов между линейным зарядом лидера и объектом; объект заземлен или его потенциал мал по сравнению с потенциалом лидера.

Тогда вектор наведенного заряда равен

$$Q = -A^{-1}(Bq + C\tau).$$

Наиболее трудоемкая операция в этой формуле — обращение матрицы  $A$  производится один раз, что обеспечивает высокую производительность вычислений при многократных изменениях положения лидера молнии.

Потенциальные коэффициенты матрицы  $A$  и вектора  $B$  определены в [8]. Потенциальные коэффициенты между лидером и элементами объекта в векторе  $C$  определяются аналогично коэффициентам матрицы  $A$ .

### 3. Расчет площади стягивания наземных объектов

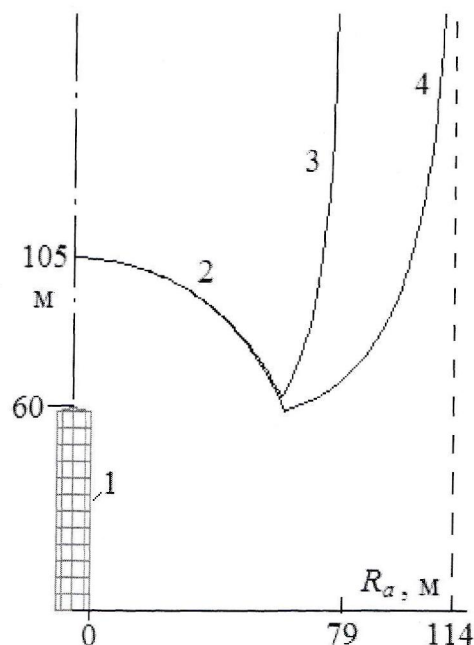
#### 3.1. Зависимость площади стягивания стержневого молниеотвода от его диаметра

Увеличение диаметра (поперечного размера) молниеотвода увеличивает его наведенный заряд, что приводит к увеличению радиуса и площади стягивания (рис. 2,3). Поперечный размер молниеотвода не самый значимый параметр — увеличение диаметра с 0.1 до 10 м (в 100 раз) приводит к увеличению площади стягивания только в 2 раза (рис. 3а), однако с этим надо считаться. Площадь стягивания объектов равной высоты, одной формы, но разной «металлоемкости» различна, что следует учитывать при обработке данных наблюдений.

Как и в модельной задаче (п. 2.2), площадь стягивания линейно возрастает с увеличением  $Q/q$  (рис. 3б),

Рис. 2. К определению радиуса стягивания  $R_a$  объекта (1) высотой  $h=60$  м, диаметром:

3)  $d=0.1$  м, 4)  $d=10$  м для тока молнии 10 кА с зоной захвата (2)



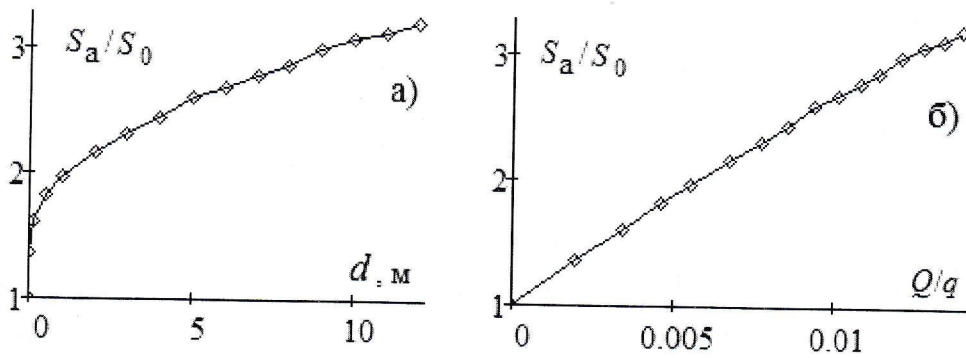


Рис. 3. Зависимость относительной площади стягивания стержня высотой  $h=60$  м при токе молнии  $I=10$  кА от:

а) диаметра стержня  $d$ , б) относительного наведенного заряда  $Q/q$ , где  $S_0$  — площадь стягивания при  $Q=0$

где  $q$  — заряд лидера. Минимальная площадь стягивания, равная площади проекции зоны захвата на горизонтальную плоскость, имеет место при  $Q=0$ . Площадь стягивания пропорциональна числу поражений молнией, поэтому полученные результаты согласуются с данными [6], где аналогичная линейная зависимость между вероятностью поражения молниеотвода со сферической вершиной переменного радиуса и его наведенным зарядом получена экспериментально.

### 3.2. Влияние тока молнии на радиус стягивания стержневого молниеотвода

Увеличение тока молнии (иначе заряда лидера) приводит к увеличению наведенного заряда объекта, что ведет к увеличению площади стягивания в МНЗ. При сравнении радиуса стягивания молниеотвода высотой 30 м при расчете разными методами видим (рис. 4), что наименьшие значения дает МКС (5), наибольшие — формула Эриксона (2) так, что при  $I=90$  кА  $R_a/h=6$ . Возможно, формулы Эриксона (2) и Курея (4) применимы для меньших токов, с ограничениями как в формуле Ризка (3).

Данные МНЗ имеют удовлетворительное совпадение с данными [4] и МКС, но учитывая различие с (2), (4) введем ограничение  $I < 50$  кА для МНЗ.

### 3.3. Влияние высоты стержневого молниеотвода на радиус стягивания

Данные МЭК ( $R_a/h=3$ ) существенно отличаются от данных (1)-(5), где  $R_a/h$  убывает с увеличением  $h$  (рис. 5). Причина отчасти в следующем.

С увеличением высоты объекта увеличивается его сечение и средний ток молнии, что не учитывается при расчетах по (2)-(5). Если с увеличением высоты объекта увеличивать поперечные размеры (рис. 5, графики 6-8) и ток молнии, то результаты расчета становятся ближе к данным МЭК.

Поверхность холма искажает силовые линии электрического поля, стягивая их с большей площади по сравнению с ровной (горизонтальной) поверхностью земли (рис. 6). Зона захвата молниеотвода, расположенного на холме, больше, чем у молниеотвода на ровной поверхности, что также увеличивает площадь стягивания.

### 3.4. Молниеотвод на вершине холма

С увеличением уклона холма (до  $30^\circ$ ) площадь стягивания возрастает практически линейно (рис. 6), в то время как по МЭК (независимо от уклона) площадь стягивания в два раза больше площади стягивания молниеотвода на ровной поверхности. Для варианта (рис. 6) двукратное увеличение площади стягивания имеет место при уклоне  $8^\circ$ .

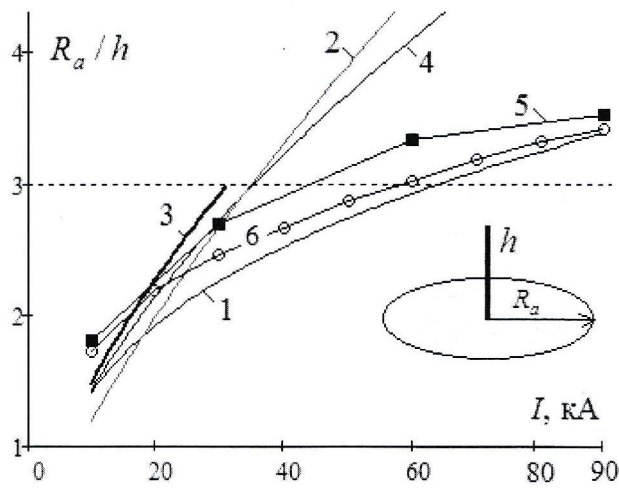


Рис. 4. Относительный радиус стягивания стержня высотой  $h=30$  м в функции тока молнии  $I$  по данным:  
 1 – МКС (5), 2 – Eriksson (2), 3 – Rizk (3), 4 – Cooray (4), 5 – Гайворонский [4], 6 – МНЗ при диаметре стержня 0.2 м

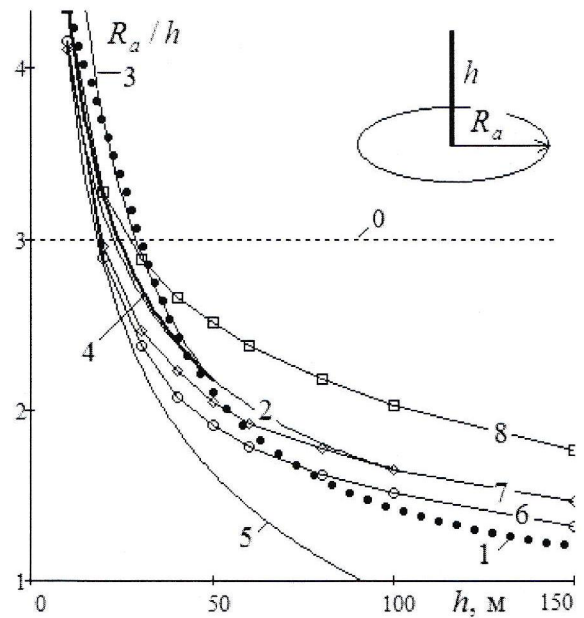


Рис. 5. Относительный радиус стягивания стержня при токе молнии 30 кА по данным:  
 0 – МЭК, 1 – РД-99 (1), 2 – Eriksson (2), 3 – Rizk (3), 4 – Cooray (4), 5 – МКС (5); 6, 7, 8 – МНЗ при диаметре стержня: 6 –  $d=0.1$  м, 7 –  $d=1$  м, 8 –  $d=10$  м

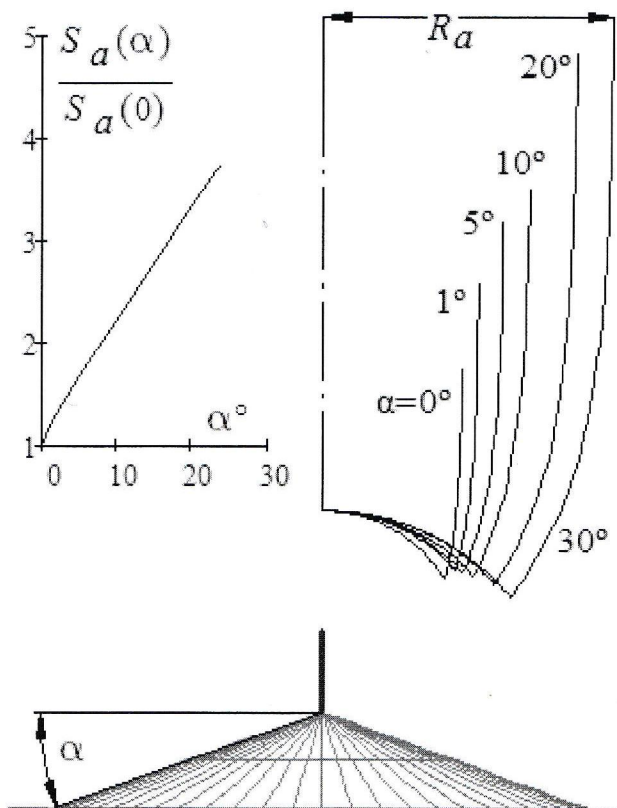


Рис. 6. Радиус и площадь стягивания молниеотвода высотой 30 м, диаметром 0.2 м на вершине холма с уклоном  $\alpha$  при токе молнии 10 кА

## Заключение

Притяжение (стягивание) лидера молнии, обусловленное электростатическим взаимодействием его заряда с наведенным зарядом объекта, имеет место еще до достижения лидером зоны захвата, что следует учитывать для высоких объектов.

Процесс стягивания анализируется по искажению наведенным зарядом объекта  $Q$  силовой линии однородного электростатического поля заряженного облака (с напряженностью  $E_0$ ), проходящей через крайнюю точку зоны захвата. Площадь стягивания пропорциональна величине  $Q/E_0$ , но действие наведенного заряда объекта  $Q$  частично компенсируется влиянием зеркального заряда. По этой причине объекты малой высоты (по сравнению с дистанцией поражения), включая такие металлоемкие как электрические подстанции, практически не стягивают молнию под действием наведенного заряда, а площадь стягивания немногим более площади проекции зоны захвата на поверхность земли. Объекты сферической, цилиндрической, тороидальной формы исключают локальное усиление наведенного заряда на вершине объекта, что усиливает компенсацию наведенного заряда его зеркальным изображением. Чем меньше объект искажает внешнее поле, тем меньше площадь стягивания.

Наведенный заряд стержневого объекта концентрируется у вершины и все меньше компенсируется зеркальным зарядом с увеличением высоты объекта, поэтому может существенно исказить силовые линии внешнего поля, в котором развивается лидер молнии. Высота объекта и ток молнии (иначе заряд лидера) — два основных фактора, определяющих наведенный заряд и площадь стягивания. В меньшей мере на величину наведенного заряда влияют размеры поперечного сечения.

Рельеф местности искажает силовые линии внешнего поля даже в отсутствии объекта. Площадь стягивания молниеотвода на вершине холма увеличивается пропорционально уклону холма. Окружение объекта также существенно влияет на площадь стягивания. Учитывать эти и другие факторы с помощью эмпирических поправочных коэффициентов, как сделано в стандарте МЭК, вряд ли целесообразно при наличии современных компьютерных программ.

## Литература

1. Eriksson A. J. The incidence of lightning strikes to power lines. IEEE Trans. on Power Delivery, Vol. PWRD-2, No. 3, July 1987. PP.859–870.
2. Rizk, Farouk A. M. Modeling of Substation Shielding Against Direct Lightning Strikes. IEEE Trans. on Electromagnetic compatibility, Vol. 52, No. 3, 2010. P. 664.
3. Cooray, V. and Becerra, M. Attractive radius and the volume of protection of vertical and horizontal conductors evaluated using a self consistent leader inception and propagation model — SLIM. 30th Int. Conf. on Lightning Protection, Cagliari, Italy. 2010. P. 1062.
4. Гайворонский А. С., Голдобин В. Д. Возможности компьютерного моделирования грозопоражаемости ВЛ на основе модели ориентировки лидера молнии. IV Межд. конф. по молниезащите. СПб. 2014 [Электронный ресурс]. — URL: [http://lightningprotection.ru/?page\\_id=424](http://lightningprotection.ru/?page_id=424)
5. Ларионов В. П., Колечицкий Е. С., Шульгин В. Н. Расчет вероятности прорыва молнии сквозь тросовую защиту. Электричество. 1981. № 5. С. 19–23.
6. Александров Г. Н., Кадзов Г. Д. О повышении эффективности молниезащиты. Электричество. 1987. № 2. С. 57–60.
7. Александров Г. Н. Молния и молниезащита. СПб. Изд-во Политехн. ун-та. 2007. — 280 с.
8. Шишигин С. Л., Мещеряков В. Е., Шишигин Д. С. Расчет зон защиты стержневых молниеотводов методом наведенного заряда. Электричество. 2015. № 8. С. 4–9.
9. Базелян Э. М., Райзер Ю. П. Физика молнии и молниезащиты. М.: Физмалит. 2001. — 320 с.
10. Базелян Э. М. Применение активных молниеотводов. [Электронный ресурс]. — URL: [http://www.amnis.ru/staty/primenenie-aktivnykh-molnieotvodov/#\\_top](http://www.amnis.ru/staty/primenenie-aktivnykh-molnieotvodov/#_top)
11. Бессонов Л. А. Теоретические основы электротехники. Электромагнитное поле. М.: Высш.шк. 1986. — 263 с.
12. Becerra M., Cooray V. Simplified Physical Model to Determine the Lightning Upward Connecting Leader Inception. IEEE Trans. On Power Delivery. 2006. № .2. P. 46–54.